



Candy, Isidoro KZ (IsidoroKZ)

MA CHE TRASFORMATORE SEI? - II

10 February 2015

Introduzione

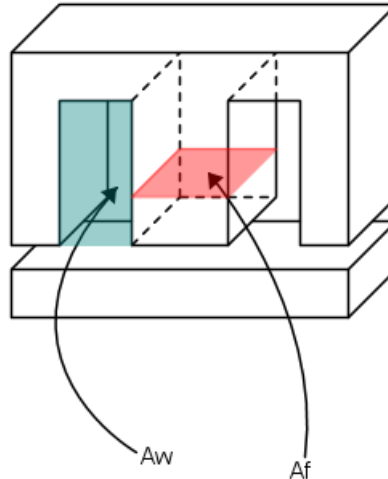
In questo secondo articolo si esaminano i retroscena teorici sulla stima della potenza e degli altri parametri di un trasformatore sconosciuto. Fra le varie possibili teorie, la mia preferita per il dimensionamento dei trasformatori e quindi anche per l'analisi, è quella che fa uso del prodotto delle aree, che sarà definito nella sezione successiva.

Con questo approccio sarà derivato anche il metodo di stima della potenza che fa uso della massa o del diametro dei toroidali. Infine sarà mostrato il metodo usato per ricavare coefficienti ed esponenti.

Prodotto delle aree

Il prodotto delle aree AP è un parametro usato nel progetto dei trasformatori ad alta frequenza, per "mettere in ordine" i nuclei di diverso tipo e poterne confrontare le caratteristiche. Il prodotto delle aree può anche essere usato, per scopi di analisi, nei trasformatori a bassa frequenza, anche se non viene di frequente usato per il progetto. La ragione è che mentre con i nuclei di ferrite le dimensioni di ogni singolo nucleo sono definite e non si possono cambiare, nei trasformatori a bassa frequenza fatti a lamierini si può variare lo spessore del nucleo cambiando il numero di lamierini utilizzati, anche se di solito non ci si scosta molto da un valore ottimale di spessore.

Il prodotto delle aree è definito come il prodotto fra l'area trasversale del circuito magnetico moltiplicato per l'area della finestra in cui trovano posto gli avvolgimenti $AP = A_f \times A_w$. Il parametro ha le dimensioni di una lunghezza alla quarta potenza, normalmente misurata in centimetri alla quarta.



Al posto di AP si potrebbe usare qualsiasi altra dimensione o caratteristica del nucleo, ad esempio la larghezza, oppure lo spessore della gamba centrale... L'uso di AP svincola da particolari tipologie di nucleo e permette un progetto più astratto. In questo caso sarà usato solo per l'analisi del trasformatore.

Tutte le dimensioni lineari del trasformatore sono quindi proporzionali a $AP^{\frac{1}{4}}$, con un opportuno coefficiente davanti, tutte le aree del trasformatore, inclusa ad esempio l'area totale sarà proporzionale ad $AP^{\frac{1}{2}}$, mentre tutti i volumi, ad esempio volume del ferro, volume del rame, massa del trasformatore... saranno proporzionali ad $AP^{\frac{3}{4}}$.

Un parametro importante di un trasformatore è la sua resistenza termica che dipende dalla superficie del trasformatore, dato che è attraverso la superficie che viene dissipata la potenza termica generata dalle perdite. La superficie è proporzionale a $AP^{\frac{1}{2}}$ e la resistenza termica è *approssimativamente* inversamente proporzionale alla superficie, quindi a $AP^{-\frac{1}{2}}$.

L'approssimativamente deriva dal fatto che la resistenza termica dipende da fenomeni non lineari, convezione e irraggiamento, l'esponente esatto per la resistenza termica può essere trovato con una modellazione complicata in cui la fluidodinamica la fa da padrona, oppure più semplicemente effettuando una operazione di best fit su dati di trasformatori reali.

Stima della potenza

La potenza di un trasformatore non può essere stimata con precisione perché dipende da come si riesce a raffreddare il trasformatore, da che aumento massimo di temperatura si ammette, dal rendimento che si accetta e dalla regolazione voluta, vale a dire le variazioni delle tensioni di uscita passando da vuoto a pieno carico.

Un trasformatore ad esempio da 100VA nominali può essere usato per correnti di uscita e quindi potenze significativamente maggiori, anche 200VA, a patto di raffreddarlo bene ad esempio con

una ventola o addirittura a 300VA usandolo per brevi periodi e poi lasciandolo raffreddare, e accettando una riduzione del rendimento e una maggiore caduta di tensione di uscita sotto carico.

I metodi per stimare la potenza di un trasformatore passano indirettamente per il prodotto delle aree. Il legame fra potenza e prodotto delle aree è dato da $AP = k \frac{P}{J\Delta B f}$ dove P è la potenza del trasformatore, J è la densità di corrente nei conduttori, f la frequenza di rete e ΔB la variazione di flusso che si può usare nel trasformatore, e k è il solito fattore per mettere a posto dimensioni e valori.

Avendo un legame fra potenza e prodotto delle aree, ed essendoci dei legami fra AP e qualsiasi altro parametro geometrico del trasformatore, si può legare la potenza del trasformatore con un parametro facile da misurare. Per ragioni di riduzione dell'errore è meglio scegliere un parametro che abbia un esponente elevato sul prodotto delle aree, ad esempio l'area del nucleo ($AP^{\frac{1}{2}}$) oppure la massa del trasformatore ($AP^{\frac{3}{4}}$).

Area del nucleo

Se il trasformatore è dimensionato con una densità di corrente costante, ad esempio i soliti 3 A/mm², allora si ha che AP è proporzionale alla potenza. Il prodotto delle aree è a sua volta proporzionale all'area del nucleo A_f^2 , da cui si ottiene la formula per la stima della potenza data nell'articolo precedente: $P = k_{A_f} A_f^2$ dove l'area della gamba centrale è in centimetri quadrati, il coefficiente k_{A_f} va da circa 0.85 a 1 e la potenza (apparente) P è in voltampere.

In un trasformatore la densità di corrente non è una costante, ma varia con le dimensioni e la potenza, in modo da ottimizzare le prestazioni: si può andare da 5 A/mm² per trasformatori piccoli a meno di 2 A/mm² per trasformatori più grandi. La ragione è la stessa per cui al polo nord non ci sono topi ma orsi bianchi :-). La densità di corrente J , almeno in linea di principio, deve essere proporzionale ad $AP^{-\frac{1}{8}}$, da cui si ottiene che la potenza di un trasformatore, riferita all'area del nucleo, è del tipo $P = k_1 A_f^{1.75}$.

L'esponente ricavato è solo approssimato perché nell'espressione di J entra la resistenza termica. Di solito non vale la pena di trovare l'esponente analitico in modo più preciso: dato che si sta cercando una stima di potenza di trasformatori "piccoli", per facilità di calcolo si usa l'esponente 2 e si compensa questa approssimazione con il coefficiente, che vale, come detto prima, da 0.85 a 1 circa.

Massa del trasformatore

Un secondo modo di stimare la potenza del trasformatore consiste nel legare la potenza, proporzionale ad $AP^{\frac{7}{8}}$, e la massa, proporzionale ad $AP^{\frac{3}{4}}$. Si ottiene che la potenza è legata alla massa, $P \propto M^{\frac{7}{6}}$. Anche in questo caso l'esponente ricavato è teorico, il valore effettivo dipende dalla resistenza termica del trasformatore.

L'espressione con coefficiente ed esponente corretti viene ricavata con il metodo dei minimi quadrati usando una tecnica di best fit con i dati di trasformatori commerciali desunti da cataloghi di produttori. L'espressione che si ricava per i trasformatori con nucleo ad E è $P = \frac{M^{1.19}}{70}$, dove P è la potenza apparente in voltampere e M è la massa in grammi, oppure $P = 53 \times M_{kg}^{1.19}$ se la massa è in kilogrammi.

Per stimare la potenza di un trasformatore è quindi sufficiente pesarlo su una normale bilancia (ad esempio da cucina) e applicare la relazione precedente.

Trasformatori toroidali

Se il trasformatore è di tipo toroidale, i valori nell'espressione della potenza cambiano leggermente, e si ha $P = \frac{M^{1.22}}{53}$ dove al solito P è la potenza apparente in voltampere e M è la massa in grammi, oppure $P = 86 \times M_{kg}^{1.22}$ con la massa in kilogrammi.

Con i trasformatori toroidali ho ricavato anche una seconda espressione che lega la potenza al diametro del trasformatore $P = \frac{D^{4.1}}{95}$ dove D è il diametro del trasformatore toroidale in centimetri. Quest'ultima espressione è una stima decisamente peggiore della precedente perché passa per una dimensione lineare che fa uso della radice quarta del prodotto delle aree.

Determinazione del rapporto spire

Il primo passo consiste nell'identificare i vari avvolgimenti. Se ce ne sono solo due, quello a tensione maggiore è quello con maggiore resistenza. Se i due avvolgimenti sono stati progettati con densità di corrente costante, allora il rapporto spire al quadrato è *indicativamente* pari al rapporto delle resistenze, ma la relazione è molto approssimata.

Per trovare il rapporto spire si collega un generatore di segnali sinusoidale regolato a 50 Hz circa sull'avvolgimento a tensione maggiore (tipicamente quello con filo più sottile e resistenza più elevata). Si misura con un multimetro la tensione del generatore, che deve essere dell'ordine di qualche volt. Si misurano poi le tensioni degli altri avvolgimenti. Il rapporto delle tensioni fra i vari avvolgimenti dà il rapporto spire.

In realtà quando si progetta un trasformatore si fa in modo che il rapporto spire secondario diviso primario sia un po' maggiore (pochi percento) del rapporto delle tensioni. A vuoto il secondario del trasformatore ha una tensione maggiore perché si deve compensare la caduta di tensione dovuta alla resistenza del filo quando questo lavora a piena potenza.

Se quindi si trova un rapporto spire primario/secondario ad esempio di 14.4 a 1 e supponendo che il primario sia a 230V, non è un trasformatore da 230V a 16V, ma probabilmente un 230V - 15V in cui si compensa una caduta di tensione di circa 1V sul secondario dovuta alle resistenze degli avvolgimenti.

La ragione di mettere il generatore sull'avvolgimento a tensione massima è perché si vuole evitare di avere in giro tensioni elevate. Se si sta provando un trasformatore da 230V a 9V e si applicano 9V sull'avvolgimento a bassa tensione, si ottengono un paio di centinaio di volt sull'altro avvolgimento, e non fa piacere toccarli :-)

Al posto di un generatore di segnali si può usare un altro trasformatore con cui ottenere una bassa tensione, una decina di volt al massimo, dalla rete. In questo modo si ha l'isolamento dalla rete e la frequenza corretta per le prove.

Se si conosce il significato della convenzione dei pallini per gli avvolti, collegando in serie due avvolgimenti e misurando la tensione totale sulla serie si sa anche come pallinare gli avvolgimenti, ammesso che la cosa serva. Nei normali trasformatori di alimentazione è raramente necessario conoscere la fase dei secondari.

Stima delle tensioni di lavoro

La stima delle tensioni di lavoro è abbastanza complicata perché richiede di aggiungere al trasformatore, intorno al nucleo centrale, un avvolgimento ausiliario di una o due spire e non sempre c'è lo spazio per far passare il filo. Inoltre si lavora con tensioni piccole per le quali un multimetro digitale può non essere abbastanza preciso.

La tensione (e la frequenza) applicata a un trasformatore determina il valore di induzione nel circuito magnetico. I lamierini di ferro-silicio lavorano normalmente a un livello di induzione di picco dalle parti di 1T fino a 1.3T. Altri materiali, come i nuclei a granuli orientati, possono salire fino a 1.8T circa. Con l'avvolgimento ausiliario di una o due spire intorno al nucleo magnetico si misura l'induzione nel nucleo.

Aggiungendo un secondario di una o due spire (anche di più volendo e potendo) si può determinare il valore dell'induzione nel nucleo, di cui bisogna sapere la sezione, e quindi calcolare quale può essere la tensione di lavoro di ogni avvolgimento.

L'idea è questa: in un trasformatore la tensione efficace su ogni spira, sia primario o secondario, è data da $V_{sp} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \times A_{fe} B_{max} f$ dove il radice di due a denominatore serve per avere la tensione efficace, il due pigreco per poter scrivere la frequenza in hertz, A_{fe} è l'area della colonna centrale del nucleo in metri quadrati, B_{max} è l'induzione massima, poco più di 1T e f è la frequenza di rete.

Se si semplifica la formula considerando la frequenza di rete e la normale induzione del nucleo, e facendo in modo di usare i centimetri quadri, si ottiene che la tensione per ogni spira, in condizioni di normale funzionamento, vale circa $V_{sp} = \frac{A_{fe}}{45}$ dove A_{fe} è l'area della colonna centrale del nucleo misurata in centimetri quadrati.

La determinazione della tensione è semplice: mettiamo una tensione a 50Hz su un avvolgimento, preferibilmente uno a tensione non troppo bassa per i motivi visti prima. Misuriamo sia la tensione

applicata V_{app} , ad esempio 6V, sia quella che si ha sull'avvolgimento ausiliario che abbiamo aggiunto, supponiamo 0.106V su due spire aggiunte.

Possiamo così calcolare la tensione per spira sull'avvolgimento aggiunto. Serve aggiungere un avvolgimento perché vogliamo essere sicuri di quante spire ci sono. Nell'esempio precedente, 0.104V su due spire fanno quindi 52mV per spira.

Poi calcoliamo quanta tensione per spira può generare il trasformatore in esame, dividendo l'area del ferro per 45. Supponiamo che il nucleo abbia una sezione di 10cm^2 : la tensione di lavoro di ogni spira sarà di $V_{sp} = \frac{A_{fe}}{45} = \frac{10\text{cm}^2}{45} = 0.22\text{V}$.

In questa prova stiamo facendo lavorare il trasformatore a 52mV per spira, mentre è progettato per lavorare a 222mV per spira, vuol dire che l'avvolgimento (presumibilmente secondario) su cui abbiamo applicato 6V in realtà può lavorare a $V_{sec} = 6\text{V} \times \frac{0.222\text{V}}{52\text{mV}} = 25.6\text{V}$ il che potrebbe essere un secondario a 24V.

In pratica si fa una proporzione in questo modo $V_{sec} = V_{app} \times \frac{V_{sp\text{calcolati}}}{V_{sp\text{misurati}}}$

Misurando quindi l'induzione del nucleo con un avvolgimento aggiunto, si riesce ad avere una stima delle tensioni dei vari avvolgimenti.

Al solito ci sono errori di misura, tensioni basse, nucleo difficile da misurare, incertezze sulle scelte del progettista, avrà preso 1T o 1.2T per l'induzione massima?

Stima delle correnti

Brutte notizie: la stima diretta della corrente di ogni avvolgimento non è facile da fare :(.

Se c'è un solo secondario, la corrente di secondario è data dalla potenza del trasformatore diviso per la tensione di secondario (tutti dati già noti). Se ci sono più secondari, la corrente è proporzionale alla sezione del conduttore di ciascun secondario.

Purtroppo non si può dare un valore "fisso" di densità di corrente. Il valore di 3A/mm^2 non è sempre rispettato: si può andare da 5A/mm^2 per trasformatori piccoli meno di 2A/mm^2 per trasformatori più grandi.

Si può fare una stima della densità di corrente J (in ampere al millimetro quadro) in base alla potenza del trasformatore, ma è una approssimazione molto grossolana in quanto, come già detto in precedenza, dipende da come viene raffreddato il trasformatore, da quanto è l'aumento di temperatura ammesso... Una espressione approssimata della densità di corrente potrebbe essere una cosa di questo genere: $J = 5.4P^{-0.163}$ dove P è la potenza in watt stimata precedentemente e

J la densità di corrente in ampere al millimetro quadro, con la quale si può provare a calcolare la corrente di ogni secondario.

Il metodo citato nel precedente articolo, basato sulla regolazione della tensione di uscita, sovente fornisce risultati ragionevoli, per cui non è necessario seguire quanto presentato in questo paragrafo.

Conclusioni

Le dimensioni di un trasformatore dipendono praticamente solo da limitazioni di tipo termico (e di rendimento), talvolta anche dalla regolazione desiderata. Per far passare più potenza in un trasformatore il nucleo non deve essere più grande, dato che la potenza non passa nel nucleo. All'aumentare della potenza del trasformatore, questo deve essere più grande per dissipare meglio la potenza termica che viene generata principalmente negli avvolgimenti.

Appendice

Viene qui mostrato un esempio di come sono stati ricavati i coefficienti e gli esponenti per le varie topologie di trasformatori. Si mostrerà solo il caso di trasformatori toroidali, ma il procedimento è lo stesso per tutti gli altri.

Bisogna partire da una tabella che fornisca i dati di potenza, peso e dimensioni di un buon numero di trasformatori, qualche decina, distribuiti su un ampio intervallo di potenze, ad esempio da qualche decina di watt a qualche kilowatt. Un esempio di tabella la si trova a [questo link](#).

Si cerca una approssimazione del tipo $P = k \times M^\alpha$ dove P è la potenza e M è la massa. Dato che si sanno fare abbastanza bene le approssimazioni lineari, si trasforma l'espressione di prima in forma lineare, prendendo il logaritmo di entrambi i membri: $\log(P) = \log(k) + \alpha \log(M)$.

In pratica si mettono in un foglio di calcolo due colonne con i dati della potenza e della massa. Si fanno poi altre due colonne con i logaritmi della potenza e i logaritmi della massa.

P	M		LOG(P)	LOG(M)
20	0.30		1.30103	-0.52288
30	0.43		1.477121	-0.36653
50	0.68		1.69897	-0.16749
60	0.72		1.778151	-0.14267
80	0.90		1.90309	-0.04576
100	1.00		2	0

Dati di potenza e massa, e loro logaritmi

Su queste ultime due colonne si chiede al foglio di calcolo di trovare la retta meglio approssimante, secondo i minimi quadrati, e si avrà come risultato il coefficiente angolare α e l'intercetta $\log(k)$, mostrati nella figura seguente.

	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>
Intercept	1.954973402	0.009775528
X Variable 1	1.211739996	0.011759477

Valori di regressione

Il coefficiente di regressione R^2 vale 0.9978 quindi la regressione ottenuta è buona.

Per tornare dal mondo dei logaritmi a quello di masse e potenze, si trova k con una operazione di antilogaritmo e α diventa l'esponente e si trova la formula indicata nella sezione della stima della potenza. Da notare che a causa di queste operazioni l'errore sulle approssimazioni sarà più grande di quello sui coefficienti.

Bibliografia

[1] Mauro Bottizzo [Ma che trasformatore sei I ?](#), Electroyou Feb. 2015

[2] McLyman [Transformer and Inductor Design Handbook](#), CRC Press, 4th ed. Apr. 2011

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Isidorokz:che-trasformatore-sei-i>"